
**OPTIMIZACIÓN DEL RALEO EN PLANTACIONES DE *PINUS CARIBAEA* MEDIANTE UN
MODELO MATEMÁTICO**
OPTIMIZING THINNING IN *PINUS CARIBAEA* BY A MATHEMATICAL MODEL

MSc. Bertha Rita Castillo Edua¹, DrC. Héctor Barrero Medel¹, DrC. Victor Ernesto Pérez León¹.

¹Universidad de Pinar del Río (UPR). Calle Martí # 270final .Pinar del Río, e-mail daycrist@af.upr.edu.cu

RESUMEN

En la investigación se elaboró un modelo de programación lineal para maximizar el rendimiento de las plantaciones de *Pinus caribaea* var *caribaea* Barret y Golfari de la Unidad Silvícola San Juan y Martínez, perteneciente a la Empresa Forestal Integral Pinar del Río. Se determinaron los rodales que debían recibir tratamiento silvicultural (raleo I, II ó III), considerando las restricciones de presupuesto asignado y disponibilidad de combustible. Para resolver el modelo se aplicó el programa QSB, se trabajó con el registro de Ordenación Forestal del año 2006 con la información sobre las áreas, recursos económicos, planes de producción y parámetros a tener en cuenta. El modelo permitió obtener soluciones eficientes desde el punto de vista económico e identificar, de forma ordenada, el rodal que debe recibir tratamiento, muestra el tipo de raleo y el orden en que se debe ejecutar, de manera tal que al final del turno se obtengan los rendimientos deseados.

Palabras clave: *Pinus*, modelos matemáticos, raleo, optimización

ABSTRACT

In the research formulated a linear programming mathematical model for optimizing the thinning of *Pinus caribaea* var *caribaea* Barrett & Forestry, of the Unit Golfari San Juan y Martinez, of the Forest Enterprise Integral Pinar del Rio, which was aimed develop an optimization model for silvicultural treatments (thinning I, II, III) taking as variables the budget constraint and the fuel available, based on stand density. The model is solved using automated software QSB, created a database management system using Microsoft Access 2007 that permanently maintains information about the areas and economic resources, production plans and parameters. Record was used forest of 2006 for making data processing and analysis enabled and made possible the formulation of the optimization model. Mathematical modeling, including linear programming is a useful tool for optimizing thinning, delivering efficient solutions both from the standpoint of economic and environmental and orderly offering the stand

must silvicultural treatment. The obtained model shows the type of thinning and the order to execute the same, so that end of shift expected returns are obtained.

Key words: Pinus, mathematical models, thinning, optimization

Introducción

Los raleos son tratamientos que se ejecutan a la masa forestal para garantizar una plantación de mejor desarrollo productivo y entregar materia prima de óptima calidad a las industrias forestales. Los bosques, comúnmente, son manejados para obtener un rendimiento sostenido de productos, requiriendo un nivel de producción constante para una intensidad de manejo particular, lo cual implica que su crecimiento debe ser estimado y balanceado con la cosecha (Dykstra y Elias, 2003).

El Pinus caribaea es una de las especies forestales de gran importancia en Cuba debido a los usos que se hacen de su madera, siendo una de las priorizadas en los planes de reforestación (Álvarez, 1988).

Por tal motivo, se hace necesario conocer la dinámica de crecimiento de los rodales con el fin de establecer planes de manejo bajo criterios científico - técnicos que den respuesta a las demandas del sector forestal (FAO, 2011).

El crecimiento y la producción de una masa forestal coetánea de *Pinus caribaea* son variables predecibles a través de modelos matemáticos. Las variables predictoras más usadas en la elaboración de modelos suelen ser la edad, la densidad y la calidad de sitio, expresada a través del índice de sitio o la altura dominante a una edad determinada. Estos modelos han sido tratados por Sanquetta (1996), Prodan et al. (1997), Crechi et al. (1999), García (2004), Barrero (2010), Bravo (2011, 2012) entre otros autores.

La Programación Lineal es una de las disciplinas comprendidas dentro de la Programación Matemática y actualmente constituye una de las técnicas más aplicadas a los problemas de toma de decisión (León, 2008). Los modelos de simulación de bosques o crecimiento son muy útiles para los gestores e investigadores forestales en muchos sentidos (Blanco, 2008).

Actualmente se denomina problema de optimización a aquellos en los cuales se busca el máximo o el mínimo de una función con un número determinado de variables, estando los valores de las mismas sujetas a ciertas limitaciones, estos problemas de Programación Lineal constituyen un caso particular de los problemas de optimización.

El uso de modelos de optimización en este ámbito ha sido ampliamente estudiado en las últimas décadas, destacando, principalmente, los modelos lineales y monocriterios (Rönnqvist, 2003).

Los modelos suelen utilizarse para conseguir predicciones de la producción de madera, o menos frecuentemente de otros productos forestales no maderables, contribuyen además a predecir los efectos que va a tener a largo plazo una intervención silvícola, en lo referente a la producción de madera y a las características que tendrá el propio bosque. Para los investigadores forestales, los modelos prestan su máxima utilidad al servir de herramientas para investigar acerca de la dinámica forestal (Abellanas et al., 2009).

La teoría de Möller (Crechi, 2000) indica que en un rodal sin raleo la productividad forestal es aproximadamente igual a la productividad total que sería obtenida por el valor acumulado de las producciones intermedias y final, si el mismo hubiera sido sometido a raleo. Sin embargo, los raleos fuertes que reduzcan el área basal, provocan una pérdida de crecimiento que no se recuperará en un lapso corto de tiempo (Crechi, 2000).

En la Unidad Silvícola San Juan y Martínez, actualmente, el raleo se realiza de forma arbitraria y en ocasiones aquellos rodales que se encuentran ubicados en áreas de difícil acceso no reciben atención en el momento oportuno, por lo que se hace necesario realizar un estudio donde se tenga en cuenta aquellos parámetros fundamentales que afectan dicha selección.

El objetivo del presente trabajo fue maximizar el rendimiento de las plantaciones teniendo en consideración las restricciones económicas en las plantaciones de *Pinus caribaea* de la Unidad Silvícola San Juan y Martínez.

MATERIALES Y MÉTODOS

La Unidad Silvícola San Juan y Martínez ocupa el 44,8% del área total de la Empresa Forestal Integral Pinar del Río, cuenta con una superficie del patrimonio forestal de 17 903.1 ha; de ellas 10 908.5 ha cubiertas de bosques, de las que 4 046.0 ha son de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barret y Golfari (Servicio Estatal Forestal Pinar del Río, 2006). Los suelos presentan un ph ácido que oscila de 5,6 – 6,6 pobres en bases intercambiables, pertenecientes a suelos de pizarras. Las precipitaciones son altas y las temperaturas oscilan entre 23o C y 29 oC, fundamentalmente en los meses de julio y agosto.

Planteamiento del Problema

La planificación del orden en los tratamientos silvícolas depende del presupuesto asignado, el tipo de tratamiento necesario para cada área, de los equipos y recursos necesarios. Estos tienen su expresión cuantitativa en los indicadores correspondientes. La necesidad de construir un modelo matemático estriba en la relación a veces contradictoria entre los indicadores.

Se seleccionó la Programación Lineal con números enteros y se construyó el modelo siguiendo los pasos generales:

- Definición de las variables de decisión.
- Construcción del sistema de restricciones.
- Construcción de la función objetivo.

Para la solución del Modelo Matemático se empleó el software QSB, se creó una base de datos normalizada e implementada mediante el sistema de gestión de base de datos Microsoft Access 2007 para mantener la información sobre las áreas y los recursos económicos. Para transferir los flujos de información fue diseñada la aplicación PLANIFF utilizando como plataforma de trabajo el lenguaje de propósito general Microsoft Visual Basic en su versión 6.

En este caso, se cuenta con cinco lotes, cada uno de los cuales contiene 20 rodales, de modo que tenemos en 100 rodales en total. Como el objetivo del modelo es determinar qué rodales ralear, las variables de decisión quedarían definidas como:

X_{ij} . Decisión de aplicar el raleo al i -ésimo rodal del j ésimo lote, con $i = 1, 2, 3, \dots, 20$ y $j = 1, 2, \dots, 5$.

$0 \leq X_{i,j} \leq 1$, entera de modo que: $X_{i,j} = \left\{ \begin{array}{c} \boxed{\phantom{0 \text{ o } 1}} \end{array} \right.$

Este es el caso de un Problema de Programación en Enteros, donde las variables de decisión pueden tomar solo valores enteros $[0, 1]$.

Resultados y discusión

Construcción del sistema de restricciones.

Las restricciones constituyen el límite físico dentro del cual se desenvuelve la actividad, los límites, en nuestro caso, se refieren al presupuesto asignado, disponibilidad de recursos y equipos. En el modelo se tuvieron en cuenta dos restricciones fundamentales: el presupuesto asignado para realizar los tres tipos de tratamiento y el gasto de combustible.

También existen límites en cuanto a disponibilidad de equipos, de fuerza de trabajo entre otras, pero las dos mencionadas son las determinantes en la posibilidad de ejecutar los tratamientos y en los resultados que se obtienen para garantizar el desarrollo adecuado del bosque, expresado fundamentalmente en los crecimientos medios anuales. El resto no constituyen restricciones salvo en situaciones excepcionales.

La restricción de consumo de combustible se construyó multiplicando un coeficiente por cada variable de decisión y sumando los productos. Cuando la variable se hace unitaria éste producto expresa el gasto de combustible en que será necesario incurrir para tratar el rodal. El coeficiente representa en realidad el gasto y la sumatoria siempre tiene que ser menor o igual a la disponibilidad real de combustible. Si el rodal no produce madera en bolo, (raleo I y II) o produce muy poco, el gasto por concepto de transportación será nulo o ínfimo.

Restricción de consumo de combustible

$$\sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^5 2 * \frac{R_{i,j}}{c} * d_{i,j} * l * X_{i,j} \leq D$$

Donde:

$R_{i,j}$ = Volúmenes de existencia de madera en bolo del rodal (m^3)

$D_{i,j}$ = Distancia entre el acopiadero y el aserradero (km)

c = Capacidad de carga promedio de un camión (m^3)

l = Consumo promedio de combustible de un camión (litros/km)

D = disponibilidad de combustible (litros)

Restricción de gasto del presupuesto asignado

La restricción sobre el gasto del presupuesto asignado se construyó multiplicando los volúmenes de existencia de madera por cada variable de decisión.

$$\sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^5 (r * Ri,j + s * Si,j + t * Ti,j) Xi,j \leq P$$

Donde:

Ri, j = Volúmenes estimados de madera en bolo a extraer (m³).

Si, j = Volúmenes estimados de madera rolliza a extraer (m³).

Ti, j = Volúmenes estimados de leña a extraer (m³).

r = Costo promedio de extracción de la madera en bolo (\$/m³).

s = Costo promedio de extracción de la madera rolliza (\$/m³).

t = Costo promedio de extracción de leña (\$/m³).

P = Presupuesto asignado para la actividad (\$).

Al analizar la solución se concluye que el primer rodal que debe intervenir es el asociado a la variable igual a 1. Seguidamente se extrae la variable unitaria y se vuelve a resolver, una vez más se obtiene una variable unitaria y el resto se anula, corresponde entonces dar tratamiento al segundo rodal. El procedimiento se repite hasta que se agoten los recursos disponibles definidos en las restricciones: el combustible y el presupuesto asignados.

Los resultados obtenidos permitirán identificar el rodal al que se le debe aplicar el raleo. Una vez localizado, se aplicará el raleo de tipo I, II o III según la edad de la plantación. Cuando se obtiene el orden, éste incluye rodales de diferentes edades que necesitan diferentes tipos de tratamiento. Entonces, se dividen los rodales en tres grupos de acuerdo al tratamiento que necesite: raleo I, II ó III. En cada grupo por separado se organizan según el orden general y se obtiene finalmente el orden del tratamiento de acuerdo a la densidad mayor y al tipo del tratamiento.

Para obtener soluciones con estas características es necesario definir una restricción adicional, la sumatoria de todas las variables de decisión igual a 1, como las variables son binarias, la restricción sólo se satisface si solo una de ellas es unitaria.

En ese sentido, se hace necesaria añadir una nueva restricción al problema, de modo que se seleccione, en cada caso, solo un rodal para aplicar el tratamiento. Dicha condición quedaría expresada de la siguiente forma:

Restricción general.

$$\sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^5 Xi,j = 1$$

□ **Función objetivo.**

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^5 \& i, j * Xi, j$$

Donde:

&= Densidad de cada rodal multiplicado por 100.

Resultados obtenidos después de solucionar el modelo

No. lote	No. Rodal	Presupuesto	Combustible	Densidad	Orden de tratamiento	Tipo de raleo	O.T.R
1	8	872.84	28.39	1	1	I	1
1	9	1160.31	156.85	0.9	2	III	1
1	14	659.60	177.36	0.9	3	I	2
1	17	1169.07	267.96	0.9	4	I	3
3	12	1288.73	152.0	0.9	5	I	4
3	14	1046.35	132.29	0.9	6	I	5
3	15	1275.34	264.0	0.9	7	I	6
2	7	969.92	103.57	0.9	8	I	7
2	11	1087.78	320.57	0.9	9	II	1
4	17	1328.55	193.14	0.9	10	I	8
4	20	1619.515	560.85	0.9	11	I	9
5	11	1497.20	445.05	0.9	12	II	2
5	17	1290.11	201.08	0.9	13	II	3
1	11	475.23	42.85	0.8	14	II	4
1	16	1370.11	286.68	0.8	15	II	5
1	18	1398.60	292.74	0.8	16	III	2
3	5	1143.77	222.0	0.8	17	I	10
3	19	918.817	297.0	0.8	18	I	11
2	5	825.45	19.07	0.8	19	I	12
2	8	1927.13	345.71	0.8	20	I	13

Tabla 1. Datos de los primeros 20 rodales ordenados.

El modelo matemático de Programación Lineal obtenido, permite organizar los raleos I, II, III teniendo en cuenta el presupuesto, el combustible y la densidad de cada rodal, coincidiendo con los modelos construidos por Mazet *et al.*, (1990) en Francia; los modelos establecidos por Chantre y Gouma (1993); el modelo de Hervé (1999) y el de Pape (1999) así como, el modelo construido por Bergés *et al.*, (2000).

Consideraciones adicionales

Por la forma en que está concebido, el modelo ofrece decisión sobre uno solo de los rodales cada vez que es resuelto. Por lo tanto hay que resolverlo muchas veces excluyendo del análisis en cada ocasión la variable unitaria de la solución anterior. El orden de los tratamientos se va conformando sobre la base de los rodales asociados a las variables que van resultando unitarias. Los análisis concluyen cuando han sido analizadas todas las áreas, cuando se han agotado los recursos disponibles.

Cada vez que concluye un análisis da como resultado una variable unitaria, la solución informa el gasto de combustible calculado y el gasto de presupuesto previstos para el rodal. En el paso siguiente no solo se excluye la variable unitaria, sino que se debe restar el gasto de combustible previsto para el rodal y el gasto de presupuesto, es decir, en el nuevo análisis no se deben considerar el mismo volumen de combustible que en análisis anterior porque se supone que una parte de él será consumido al tratar el rodal recomendado. Lo mismo sucede con el presupuesto, cada vez que se excluye una variable, se resta la producción prevista para su rodal asociado a los planes generales.

Resulta frecuente que durante el período de trabajo en las áreas planificadas para el corte cambien las disponibilidades de combustible y posiblemente el presupuesto disponible. En tal caso, el modelo permite ajustar el aparato matemático a la nueva situación simplemente cambiando los términos independientes en las inecuaciones del sistema de restricciones. La posibilidad de los cambios hace pensar que una manera efectiva de planificar la actividad sería -calculando el orden previamente y hacer las correcciones en la medida que estos ocurren.

Las áreas que se van a planificar tienen que pasar previamente por un filtro que excluya aquellas cuya densidad es menor que 0.7 según la norma ramal 595 (1982) y cuyas edades son menores que cinco años y mayores que 30 años, éstas áreas nunca serían analizadas mediante el modelo.

Las plantaciones de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barrett y Golfari de la Unidad Silvícola San Juan y Martínez no han recibido los manejos silvícolas en el momento adecuado. Coincidiendo con lo planteado por Matos (1972) al expresar que el incremento por hectárea de las masas de pinos es muy bajo, y la explicación viene dada por el conocimiento que se tiene de las condiciones en que se han desenvuelto esas masas.

Conclusiones

- La modelación matemática en particular la programación lineal resulta una herramienta útil para la optimización de los raleos, entregando soluciones eficientes tanto desde el punto de vista económico como medio ambiental.
- El modelo matemático obtenido, ofrece de forma ordenada el rodal que debe recibir tratamiento silvicultural, muestra el tipo de raleo y el orden del mismo optimizando la actividad.

BIBLIOGRAFÍA

- ABELLANAS, M.; ABELLANAS, B; GARCÍA, O y VILAS, C. 2009: Vorest: Un modelo informático simula el crecimiento de un bosque. Departamento de Matemática Aplicada de la Facultad de Informática de la Universidad Politécnica de Madrid, y el Departamento de Ingeniería Forestal de la Universidad de Córdoba. Disponible en: <http://supertoolbar.ask.com>.
- ÁLVAREZ, P.A. y col. 1988. Silvicultura. Editorial Pueblo y Educación. Cuba.
- BARRERO, H. 2010. Modelo integral de crecimiento, perfil del fuste, grosor decorteza y densidad de la madera para *Pinus caribaea* Morelet var. *Caribaea* Barret y Golfari. Estudio de caso EFI Macurije. Pinar del Río. Tesis en opción al grado científico de doctor en Ciencias Forestales. UPR. 101 p.
- BERGÈS, L; DUPOUEY, J.L; FRANC, A .2000: Long-term change in wood density and radial growth of *Quercus petraea* Liebl. in northern France since middle of the XIX th century, *Trees: Structure and function* 14, 398–408.
- BLANCO, J.A .2008: Modelización forestal: herramienta importante para pronosticar el desarrollo de los ecosistemas forestales. Conferencia magistral impartida en la Universidad de Pinar del Río, Cuba en el SIMFOR.
- BRAVO, J. A.; V. TORRES; W. TOIRAC; L. RODRÍGUEZ.; J. M. MONTALVO Y V. M. FUENTES. 2011. Modelación del crecimiento del diámetro medio de *Pinus cubensis* Griseb en la Empresa Forestal Integral Baracoa (Parte II). *Revista Forestal Baracoa*. 30 (2) Julio- Diciembre. p. 19 – 23.
- BRAVO, J. A.; J. T. SUÁREZ; J. M. MONTALVO; M. VALLE Y R. VALDÉS. 2012. Modelación matemática por hectárea de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barret y Galfari en la Empresa Forestal Integral La Palma. *Revista Forestal Baracoa*. 31 (1) Enero- Junio. p. 3-7.
- CRECHI, E; FASSOLA, H.; FERRERE, P. 1999. Proyecto Cooperativo Simuladores de Crecimiento. *Pinus taeda*. Manual de descripción técnica.
- CRECHI, E; FASSOLA, H.; FRIEDL, A.; FERNÁNDEZ, R. 2000. Efectos de intensidad y oportunidad de raleo en *Pinus taeda* L. Sobre el crecimiento y la producción hasta los 11 años de edad en el Departamento Iguazú, Provincia de Misiones, Argentina.
- CHANTRE, G Y GOUMA, R .1993: Influence du génotype, de l'âge et de la station sur la relation entre l'infradensité du bois et la vigueur chez l'Épicéa commun (*Picea abies* Karst), *Annales de l'AFOCEL*, 61–89.
- DYKSTRA, D.; A. ELÍAS. 2003. El EIR se convierte en una realidad en Brasil. *Revista Actualidad Forestal tropical* 11(4):3-5
- FAO. 2011. Situación de los bosques del mundo. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación. Roma. 59 pp.
- GARCÍA, I. 2004: Bases para el control y planificación del *Pinus caribaea* Morelet var *caribaea* Barret y Golfari en la provincia de Pinar del Río. Tesis (en opción al título de Máster en Ciencias Forestales, mención Manejo de Bosques). UPR

- HERVÉ, J.C. 1999: Mixed-effects modelling of between-tree and withinvariations. Application to wood basic density in the stem. Rapport final FAIRCT 96-1915. Sub-task 2.1; 18 p.
- LEÓN, M. A.; M. HERNÁNDEZ; T. GÓMEZ; J. GUELMES; J. MOLINA Y R.
- CABALLERO. 2008. Evolución de un modelo de programación por metas en el contexto forestal cubano. Revista investigación operacional. 2 (2): p130-39.
- MAZET, J.F; NEPVEU, G; VELLING, P; DERET-VARCIN, E .1990: Etude des effets de quelques paramètres sylvicoles et environnementaux sur la densité du bois de l' Epicéa commun, du Sapin pectiné et du Pin sylvestre dans le Nord-de la France, Actes du Troisième Colloque Sciences et Industries de Bois. ARBORA Bordeaux, France. Norma Ramal 595/1982. Tratamientos Silviculturales. DNMCC. Dirección de normalización, meteorología y C de la Calidad. Ministerio de la Agricultura.
- PAPE, R (1999): Influence of thinning and tree diameter class on the development of basic density and annual ring width in *Picea abies*, Scand. J. For. Res. 14,
- PRODAN, M; PETERS, R; COX, F; REAL, P.1997: Mensura Forestal. Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible. Proyecto IICA/GTZ sobre agricultura, recursos naturales y desarrollo sostenible. San José, Costa Rica. 561
- RÖNNQVIST, M. 2003. "Optimization in Forestry". Math. Program. 97, pp. 267- 284.
- SANQUETTA, C. R; L. FARINHA; J. EDUARD Y A. APARECIDA. 2001. Ecuaciones de biomasa aérea y subterránea en plantaciones de *Pinus taeda* en el sur del Estado de Paraná Brasil.

RESEÑA CURRICULAR

Autor principal: Bertha Rita Castillo Edua

Ingeniera Forestal, master en Ciencias Forestales, profesora asistente de la Universidad de Pinar del Río. Imparte los cursos de Economía Forestal, Medición Forestal y Silvicultura a pregrado. Desarrolla la línea de investigación: optimización del raleo en plantaciones de *Pinus caribaea* Morelet var. Barret y Golfari. Realizó investigaciones de modelos matemáticos para ordenar los raleos en plantaciones de *Pinus caribaea* Morelet var. Barret y Golfari de la Unidad Silvícola San Juan y Martínez, perteneciente a la EFI Pinar del Río. Ha participado en varios eventos nacionales e internacionales con resultados relevantes.